**МАТЕМАТИЧКА ЛОГИКА**

**ИСКАЗ** - Реченица која има само једну истинитосну вредност тачно (T) или нетачно(). T и  су исказне **константе**.

***Логичке операције***: **негација** (), **конјункција** (), **дисјункција** (), **импликација** () и **еквиваленција** ().

(**тау**) – истинитосна вредност исказа.

**Исказне формуле** – сложени искази настали од исказних константи, исказних променљивих и логичких операција.

**Квантори** (**квантификатори**) – универзални:  („за сваки“), егзистенцијални:  („постоји“).

**Конјункција**

p= „Светла ће бити ако је сијалица исправна“

q= „Светла ће бити ако је прекидач укључен“

„Светла ће бити ако је сијалица исправна **и** прекидач укључен“ можем записати у облику *„*p *и q*“.

Сложени исказ „p *и q*“ ће бити тачан када су оба исказа „p“ и „q“ тачна. Неће бити тачан када је бар један од њих нетачан, као и када су оба нетачна.

Ово можемо описати истинитосном таблицом:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p | q | p и q |
| T | T | T |
| T |  |  |
|  | T |  |
|  |  |  |

Математичка ознака за конјукцију је: p q

**Дисјункција**

p = „Петар је добио џепарац од тате“

q= „Петар је добио џепарац од маме“

Исказ „Петар је добио џепарац од тате или маме“ можемо запосати у облику „p *или q*“.Овим исказом не тврдимо да је Петар добио џепарац и од маме и од тате, него тврдимо да је ако Петар има џепарац да је добио бар од једног родитеља, а можда и од оба. То значи да је овај исказ тачан када је бар један од исказа „p“ и „q“ тачан.

Ово можемо описати истинитосном таблицом:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p | q | p или q |
| T | T | T |
| T |  | T |
|  | T | T |
|  |  |  |

Математичка ознака за дисјункцију је: p q

**Хипотеза или импликација**

p = „Киша пада“

q= „Улице су влажне“

Исказ „ Ако киша пада, онда су улице влажне“

Можемо записати у облику „ *ако* p*, онда q*“.

Тачност овог исказа је евидентна када су оба исказа „p“ и „q“ тачна.

Ста се дешава када један од исказа „p“ и „q“ није тачан или када су оба нетачна?

Претпоставимо да је исказ „p“ тачан, а исказ „q“ нетачан. Одговор на питање „Да ли је исказ „*ако п, онда q*“ тачан у овом слушају?“ је исти као и одговор на питање „Да ли улице могу остати суве ако пада киша?“ НЕ, наравно.

Даље, нека је сада ситуација обрнута. Нека је „p“ нетачан, а „q“ тачан. Сличним размишљањем долазимо до закључка да је исказ „ако п, онда q“ тачан у овом случају. „Ако киша НЕ пада, онда су мокре улице“. Улице не морају бити мокре само ако пада киша. Некада их и перу.

Сада, претпоставимо да су оба исказа „p“ и „q“ нетачна, односно да киша не пада и да улице нису влажне. Да ли то значи да је и сложени исказ „*ако* p*, онда q*“ нетачан? Нипошто! Ми смо тврдили да су улице влaжне увек када пада киша, па када нема кише нема ни влажних улица. То само потврђује тачност нашег исказа. Можемо, дакле, рећи да је исказ *„ако* p*, онда q“* тачан и онда када су искази „p“ и „ q“ нетачни.

Ово можемо описати истинитосном таблицом:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p | q | ако p,онда q |
| Т | Т | Т |
| Т |  |  |
|  | Т | Т |
|  |  | Т |

Математички симбол за импликацију је: p q

**Еквиваленција**

Еквиваленција исказа „p“ и „q“ може се посматрати као обострана импликација оба исказа. Када су два исказа у еквиваленцији кажемо да је „p еквивалентно са q“.

Еквиваленција је тачна када су оба исказа једнаке истинитосне вредности.

Ово можемо описати истинитисном таблицом:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| p | q | p је еквивалентно са q |
| Т | Т | Т |
| Т |  |  |
|  | Т |  |
|  |  | Т |

Математичка ознака еквиваленције је: p q.

Може се посматрати као 

**Потребан и довољан услов**

1. Исказу p qодговарају следеће реченице:

* p повлачи q
* из p следи q
* ако p, онда q
* q, ако p
* p је довољан услов за q
* q је потребан услов за p

1. Исказу p q одговарају реченице:

* p повлачи q и q повлачи п
* p је еквивалентно са q
* из п следи q и из q следи p
* q ако p и p ако q
* p ако и само ако q
* p је потребан и довољан услов за q

Напомена: Често се уместо „*ако и само ако“* скраћено пише „*акко“*

**Таутологија**

Таутологија је исказ који је увек тачан, независно од истинитосних вредности исказа који формирају ту **таутологију**.

**Примери:**

* 1. Уместо тачкица ставити одговарајуће бројеве, тако да буду тачни искази:

1. . . . . је најмањи природан број,
2. . . . . је највећи негативан природан број,
3. . . . . није ни позитиван ни негативан број,
4. . . . . је највећи елемент скупа ,
5. . . . . је најмањи елемент скупа ,
6. . . . . је највећи природни број чији је квадрат мањи од 100,
7. . . . . је једини прост број у скупу ,
8. . . . . је једини сложен број у скупу .
   1. Дата је импликација: . Које од наведених раченица описују дату импликацију:
9. ако x =1, онда ;
10. ако , онда x =1;
11. , ако x =1;
12. x =1 је потребан услов за ;
13. x =1 је довољан услов за ?
    1. Уместо тачкица ставити речи: *потребан*, *довољан* или *потребан и довољан*, тако да дате реченице буду тачне:

а)  је ............................. услов за .

б)  је ............................. услов за .

ц)  је ............................... услов за .

д)  је ..................................... услов за .

е)  је ................................... услов за .